3 (Sem–5/CBCS) MAT SE

2024

Jawaharlal Nehru College Library
Estd.-1964
Boko, Dist. Kamrup

MATHEMATICS

(Skill Enhancement Course)

Paper : MAT–SE–5014

(Combinatorics and Graph Theory)

Full Marks : 50

Time : Two hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

Answer ***either*** *in English* ***or*** *in Assamese*

1. Answer the following questions : 1×4=4
তলৰ প্ৰশ্নসমূহ উত্তৰ কৰা ঃ

   (a) Define a graph.
   এটা লেখৰ সংজ্ঞা দিয়া।

   (b) Out of 8 girls and 12 boys of a class, in how many ways a captain can be chosen ?
   এটা শ্ৰেণীৰ 8 জনী ছোৱালী আৰু 12 জন লৰাৰ মাজৰ পৰা এগৰাকী কেপ্তেইন কিমান ধৰণে বাচনি কৰিব পাৰি ?

(c) Write True **or** False :
'The maximum number of edges in a simple graph with n vertices is ${}^nC_2$'.

সঁচা নে মিছা লিখা ঃ 'n শীর্ষ বিন্দু-যুক্ত এটা সৰল লেখত বাহুৰ সর্বোচ্চ সংখ্যা হ'ব ${}^nC_2$।

(d) Draw a complete graph with five points.

পাঁচ শীর্ষবিন্দু-যুক্ত এটা সম্পূর্ণ লেখ অংকন কৰা।

2. Answer the following questions : 2×3=6

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) A computer password contains three digits followed by three alphabets. How many passwords be created if

(i) the digits are not repeated, and

(ii) only vowels are allowed ?

এটা কম্পিউটাৰ পাচৱার্ডত তিনিটা অংক আৰু ইংৰাজী বর্ণ আছে। এই ধৰণৰ মুঠতে কিমানটা পাচৱার্ড সৃষ্টি হ'ব

(i) যদি অংকৰ পুনৰাবৃত্তি নহয়, আৰু

(ii) যদি অকল স্বৰবর্ণহে ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰে?

(b) Find how many non-negative integer solutions are there in the equation $x+y+z=10$.

$x+y+z=10$ সমীকৰণৰ অঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ সমাধান কিমান থাকিব নির্ণয় কৰা।

(c) How many different paths in the xy-plane are there from the point (2,4) to the point (7,10), if a path proceeds one step at a time to right or upward ?

xy-সমতলত বিন্দুৰ (2,4) পৰা (7,10) বিন্দুলৈ কিমানটা ভিন্ন পথ থাকিব যদি এটাই এবাৰত মাত্ৰ এঘৰ ওপৰলৈ বা সোঁ-দিশত আগবাঢ়ি থাকে ?

3. Answer ***any two*** of the following : 5×2=10

তলৰ *যিকোনো দুটা* প্ৰশ্নৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) Show that $\binom{n+1}{r}=\binom{n}{r-1}+\binom{n}{r}$ where n, r are positive integers.

দেখুওৱা যে $\binom{n+1}{r}=\binom{n}{r-1}+\binom{n}{r}$

য'ত n, r ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা।

(b) Define a subgraph of a graph. Give definition and one diagram of each of edge disjoint and vertex disjoint subgraphs. 1+2+2=5

এটা উপলেখৰ সংজ্ঞা দিয়া। শীৰ্ষবিন্দু-বিচ্ছিন্ন আৰু বাহু-বিচ্ছিন্ন দুয়োবিধ উপলেখৰ এটাকৈ চিত্ৰ আঁকি সিহঁতৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(c) Show that every simple finite graph has two vertices of the same degree.

দেখুওৱা যে প্ৰতিটো সীমিত সৰল লেখৰ একে ঘাতৰ *দুটা* শীৰ্ষবিন্দু থাকে।

(d) In how many ways we can distribute six different chocolates to three boys such that each gets at least one ?

ছয়টা ভিন্ন চকলেট তিনিজন লৰাৰ মাজত কিমান ধৰণে ভগাব পৰা যাব, যদি প্ৰত্যেকে অন্ততঃ এটাকৈ চকলেট পায় ?

4. Answer ***any three*** of the following : 10×3=30

তলৰ *যিকোনো তিনিটা* প্ৰশ্নৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) Prove that a simple graph with n vertices and m components can have at most $(n-m)(n-m+1)/2$ edges.

প্ৰমাণ কৰা যে nটা শীৰ্ষবিন্দু আৰু m টা শাখা থকা এটা সৰল লেখৰ সৰ্বোচ্চ বাহুৰ সংখ্যা $(n-m)(n-m+1)/2$ হ'ব।

(b) Find the number of primes less than 144.

144 তকৈ সৰু মুঠতে কিমানটা মৌলিক সংখ্যা আছে নিৰ্ণয় কৰা।

(c) Prove that there is always a Hamiltonian path in a directed complete graph.

প্ৰমাণ কৰা যে এটা নিৰ্দেশিত সম্পূৰ্ণ লেখত সদায় এটা হেমিল্টন পথ থাকিব।

(d) Show that any set of seven distinct integers contains two integers x and y such that either $x+y$ or $x-y$ is divisible by 10.

দেখুওৱা যে সাতটা ভিন্ন অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতি এটাত দুটা অখণ্ড সংখ্যা x আৰু y থাকে যাতে $x+y$ বা $x-y$ ৰ মান 10 ৰে বিভাজ্য হয়।

(e) Prove that a connected graph G is an Eulerian gaph if and only if all vertices of G are of even degree.

প্রমাণ কৰা যে এটা সৰল লেখ G এটা অয়লাৰ লেখ হ'ব যদি আৰু যদিহে G ৰ সকলোবোৰ শীৰ্ষবিন্দুৰ ঘাত যুগ্ম হ'ব।

(f) Give definition with an example of ***any five*** of the following : 5×2=10

এটাকৈ উদাহৰণেৰে সৈতে তলত দিয়াবোৰৰ সংজ্ঞা দিয়া ঃ *(যিকোনো পাঁচটা)*

(i) Pigeonhole principle

পিজনহ'ল সূত্ৰ

(ii) Eulerian graph

অয়লাৰ লেখ

(iii) Isolated graph

বিযুক্ত লেখ

(iv) Product rule of counting

গণনাৰ পূৰণৰ সূত্ৰ

(v) Cycle

চক্ৰ

(vi) The problem of Ramsey

ৰামছীৰ সমস্যা

(vii) Complete graph

সম্পূৰ্ণ লেখ

(viii) Complement of a graph

লেখ এটাৰ পূৰক

———