Total number of printed pages–7

3 (Sem–5/CBCS) MAT SE

2023

Jawaharlal Nehru College Library
Estd.-1964
Boko, Dist. Kamrup

MATHEMATICS

(Skill Enhancement Course)

Paper : MAT–SE–5014

(Combinatorics and Graph Theory)

Full Marks : 50

Time : Two hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

*Answer **either** in English **or** in Assamese.*

1. Answer ***any four*** : 1×4=4

   যিকোনো চাৰিটাৰ উত্তৰ কৰা ঃ

   (a) State the disjunctive *or* sum rule in counting.

   গণনাৰ যোগৰ সূত্ৰটো লিখা।

   (b) Draw a complete graph with four points.

   চাৰিটা বিন্দু থকা সাম্ভাব্য সকলোবোৰ লেখ অংকন কৰা।

Contd.

(c) In how many ways 6 persons can seat around a round table ?

এখন ঘুৰনীয়া মেজৰ চৌদিশে 6 জন লোক কিমান ধৰণে বহিব পাৰে?

(d) 'At least two boys in a group of 400 must have same date of birth'.

*(Write true **or** false)*

'400 লৰাৰ এটা গোটৰ অন্ততঃ দুজন লৰাৰ জন্মদিন একে হব।' *(সঁচা নে মিছা লিখা)*

2. Answer ***any three*** : 2×3=6

যিকোনো তিনিটাৰ উত্তৰ লিখা ঃ

(a) Find how many non-negative integer solutions are there in the equation $x+y+z=12$.

$x+y+z=12$ সমীকৰণৰ অঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ সমাধান কিমান থাকিব নির্ণয় কৰা।

(b) G is a graph with p points and q lines, H is a graph with r points and s lines, then find the number of points and lines in $G+H$ and $G\times H$.

p টা বিন্দু আৰু q টা বাহু যুক্ত G এটা লেখ। r টা বিন্দু আৰু s টা বাহু যুক্ত H এটা লেখ। $G+H$ আৰু $G\times H$ ৰ বিন্দু আৰু বাহুৰ সংখ্যা নির্ণয় কৰা।

(c) Give definition with an example of Pseudograph and the problem of Ramsey.

এটাকৈ উদাহৰণৰ সৈতে কূটলেখ আৰু ৰামছীৰ সমস্যাৰ সংজ্ঞা দিয়া।

3. Answer ***any two*** : 5×2=10

যিকোনো দুটাৰ উত্তৰ লিখা ঃ

(a) Let G be a simple graph with at most $2n$ vertices. If the degree of each vertex is at least n, then show that the graph G is connected.

$2n$ সর্বোচ্চ সংখ্যক শীর্ষবিন্দুযুক্ত G এটা সৰল লেখ। যদি প্রতিটো শীর্ষবিন্দুৰ ঘাত অন্ততঃ n হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে G লেখটো এটা সংযোগী লেখ।

(b) How many positive integers not exceeding 550 are divisible by 7 or 11 ?

550 তকৈ সৰু 7 বা 11 ৰে বিভাজ্য কিমানটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা আছে?

(c) Prove that a graph is bipartite if and only if all of its circuits are of even length.

প্রমাণ কৰা যে লেখ এটা বিপার্টাইট হব যদি আৰু যদিহে ইয়াৰ সকলোবোৰ বৰ্তনীৰ দৈর্ঘ্য যুগ্ম হয়।

(d) Prove that a self-complementary graph contains $4k$ or $4k+1$ vertices, where k is an integer.

প্রমাণ কৰা যে স্ব-পূৰক লেখ এটাৰ $4k$ বা $4k+1$ সংখ্যক শীর্ষবিন্দু থাকে, য'ত k এটা অখণ্ড সংখ্যা।

4. Answer ***any three*** : 10×3=30

যিকোনো তিনিটাৰ উত্তৰ লিখা ঃ

(a) Using digits 0, 2, 3, 5, 6, 9 how many 3 digits numbers can be formed with following conditions : 2×5=10

0, 2, 3, 5, 6, 9 অংক কেইটা ব্যৱহাৰ কৰি তিনি অংকৰ কিমান সংখ্যা লিখিব পাৰি যদি ঃ

(i) Repetition of digits is allowed.

অংকৰ পূনৰাবৃত্তি হব পাৰে।

(ii) Repetition of digits is not allowed.

অংকৰ পূনৰাবৃত্তি হব নোৱাৰে।

(iii) The numbers will be even and repetition of digits is not allowed.

সংখ্যাবোৰ যুগ্ম হয় আৰু অংকৰ পূনৰাবৃত্তি হব নোৱাৰে।

(iv) The numbers will be odd and repetition of digits is not allowed.

সংখ্যাবোৰ অযুগ্ম হয় আৰু অংকৰ পূনৰাবৃত্তি হব নোৱাৰে।

(v) The numbers does not contain 5 and repetition of digits is not allowed.

সংখ্যাবোৰত 5 অংকটো থাকিব নোৱাৰে আৰু অংকৰ পূনৰাবৃত্তি হব নোৱাৰে।

(b) State and prove the Handshaking theorem in graph theory and justify this result by drawing a simple graph. Prove that the number of odd vertices in a graph is always even. 1+3+2+4=10

'হেন্দচেকিং' উপপাদ্যটো লিখি তাৰ প্রমাণ আগবঢ়োৱা আৰু সৰল লেখ এটা অংকন কৰি তাৰ যথার্থতা সাব্যস্ত কৰা। প্রমাণ কৰা যে এটা লেখৰ অযুগ্ম শীর্ষবিন্দুৰ সংখ্যা সদায় যুগ্ম।

(c) Define component of a graph and give an example with diagram. Show that every graph with n vertices and k edges has at least $n-k$ components.

লেখ এটাৰ শাখাৰ সংজ্ঞা দিয়া আৰু চিত্ৰ অংকন কৰি উদাহৰণ দিয়া। দেখুওৱা যে n শীৰ্ষবিন্দু আৰু k বাহুযুক্ত সকলো লেখৰ অন্ততঃ $n-k$ শাখা থাকে।

(d) Show that if G is a linear graph of n vertices such that the sum of the degrees for each pair of vertices in G is $(n-1)$ or larger, then there exists a Hamiltonian path in G.

দেখুওৱা যে যদি G এটা n টা শীৰ্ষবিন্দুযুক্ত ৰৈখিক লেখ হয় যাৰ প্ৰতিযোৰ শীৰ্ষবিন্দুৰ ঘাতৰ সমষ্টি $(n-1)$ বা তাতকৈ অধিক, তেন্তে G ত এটা হেমিল্টনীয়ান পথ থাকিব।

(e) Show that the maximum number of lines among all p point graphs with no triangles is $\left[\frac{p^2}{4}\right]$.

দেখুওৱা যে ত্ৰিভুজ নথকা p বিন্দুযুক্ত লেখ এটাত থকা সৰ্বোচ্চ বাহুৰ সংখ্যা $\left[\frac{p^2}{4}\right]$.

(f) Find the number of primes greater than 100 and less than 500.

500 তকৈ সৰু আৰু 100 তকৈ ডাঙৰ মৌলিক সংখ্যাৰ মুঠ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা।
